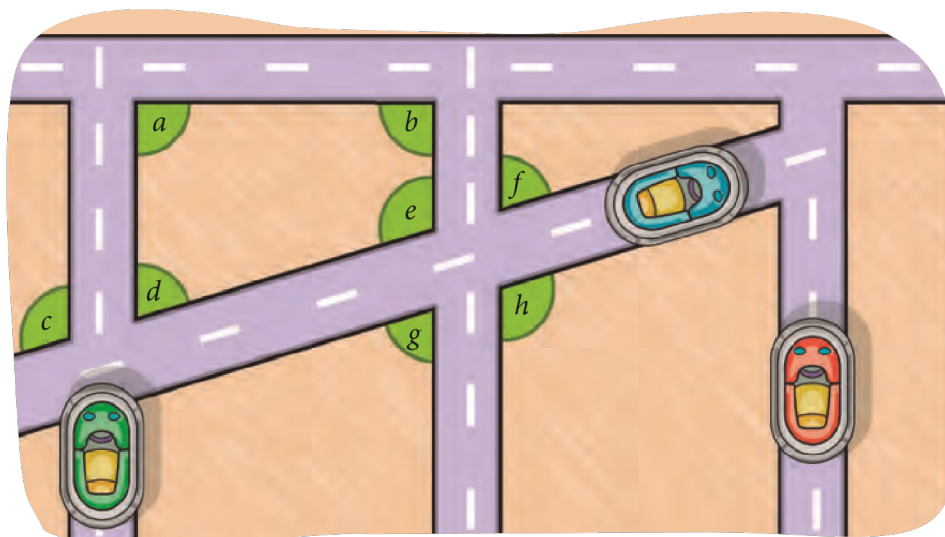


Ángulos entre rectas

Exploro

En el parque de diversiones hay una pista de autitos eléctricos. En la imagen se muestra una parte de ella.



Atención

- Si dos rectas que se prolongan indefinidamente en el plano nunca se intersectan y están siempre a la misma distancia, se denominan **paralelas**.
- Dos rectas son **coincidentes** si todos sus puntos son comunes.

- Marca con color rojo las rectas paralelas que puedas identificar en la imagen de la pista.
- Mide con el transportador los ángulos marcados en la imagen. Luego, clasifícalos según su medida.

$a =$

$c =$

$e =$

$g =$

$b =$

$d =$

$f =$

$h =$

- ¿Qué características observas en los ángulos? ¿Hay algunos que tengan igual medida? Comenta con un compañero o una compañera.

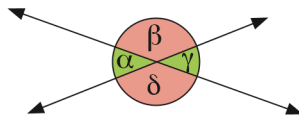
A continuación analizarás distintas situaciones relacionadas con los ángulos que se forman entre rectas que se intersectan. **Motivate** a ser creativo y creativa al momento de desarrollar las diversas actividades.

Aprendo

- Dos ángulos son **opuestos por el vértice** si las prolongaciones de los lados de uno de ellos corresponden a los lados del otro. Estos ángulos tienen igual medida.
- Dos ángulos son **complementarios** si la suma de sus medidas es 90° .
- Dos ángulos son **suplementarios** si la suma de sus medidas es 180° .

Ejemplo 1

Sea $\delta = 150^\circ$. Determina la medida de los ángulos α , β y γ .

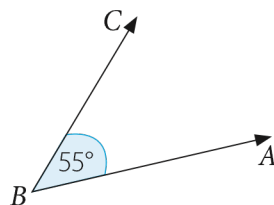


¿Cómo lo hago?

- 1 Los ángulos β y δ son opuestos por el vértice, por lo que tienen igual medida. Luego, $\beta = 150^\circ$.
- 2 Los ángulos α y δ son suplementarios, por lo que sus medidas suman 180° . Luego, $\alpha = 30^\circ$.
- 3 Los ángulos α y γ son opuestos por el vértice, por lo que tienen igual medida. Luego, $\gamma = 30^\circ$.

Ejemplo 2

Determina el complemento y el suplemento del ángulo ABC .



¿Cómo lo hago?

- 1 Calcula el complemento del ángulo ABC .
El ángulo ABC mide 55° y con su complemento deben sumar 90° .
 $90^\circ - m(\angle ABC) = 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ$
- 2 Calcula el suplemento del ángulo ABC .
El ángulo ABC y su suplemento deben sumar 180° .
 $180^\circ - m(\angle ABC) = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$
Luego, el complemento del ángulo ABC mide 35° y su suplemento, 125° .

Atención

Cuando dos rectas se intersectan se denominan **secantes**. Estas rectas pueden ser **perpendiculares**, si forman cuatro ángulos rectos, u **oblicuas**, si forman ángulos diferentes de 90° .



¿En todos los ángulos se pueden determinar el complemento y el suplemento? ¿Por qué?

Atención

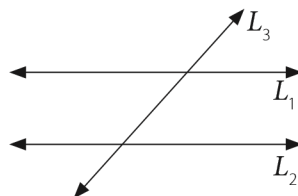
Una **recta transversal** es aquella que se interseca con dos o más rectas.

Si dos **rectas paralelas** se intersecan con una **recta transversal** se forman ángulos, los cuales cumplen con ciertas características de acuerdo a su posición y a sus medidas.

- **Correspondientes:** Ocupan igual posición respecto de la transversal y tienen igual medida.
- **Alternos internos:** Se encuentran al interior de las rectas paralelas respecto de la transversal y tienen igual medida.
- **Alternos externos:** Se encuentran al exterior de las rectas paralelas respecto de la transversal y tienen igual medida.

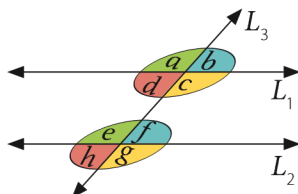
Ejemplo 1

En la siguiente imagen $L_1 \parallel L_2$ y L_3 transversal. Determina los ángulos que se forman y clasifícalos.



¿Cómo lo hago?

- 1 Marca los ángulos que se forman y asígnales una letra. Luego, determina los ángulos que son correspondientes.



Ángulos correspondientes

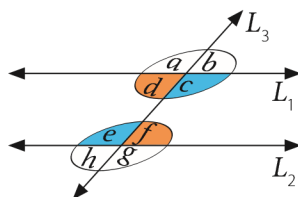
a y e

b y f

d y h

c y g

- 2 Determina los ángulos que son alternos internos.

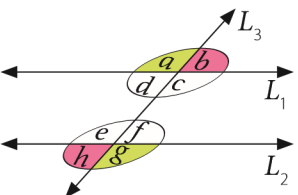


Ángulos alternos internos

c y e

d y f

- 3 Determina los ángulos que son alternos externos.



Ángulos alternos externos

a y g

b y h



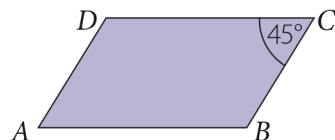
Comprueba que las medidas de los ángulos son iguales usando el transportador.

Habilidad

Cuando compruebas reglas y propiedades, estás desarrollando la habilidad de **argumentar** y **comunicar**.

Ejemplo 2

Identifica los lados paralelos en el paralelogramo $ABCD$ y determina las medidas de sus ángulos interiores.

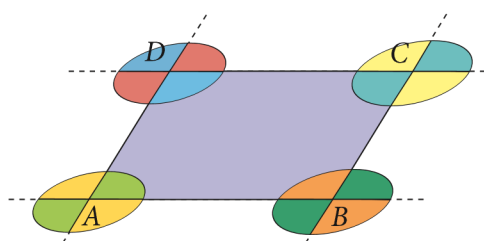


Atención

Un **paralelogramo** es un polígono cuyos lados opuestos son paralelos y de igual medida.

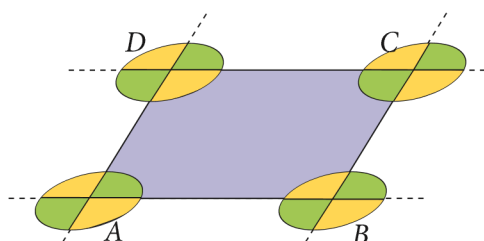
¿Cómo lo hago?

- 1 Los lados \overline{AB} y \overline{DC} son paralelos y los lados \overline{AD} y \overline{BC} son paralelos.
- 2 Prolonga los lados del paralelogramo e identifica aquellos que sean opuestos por el vértice.



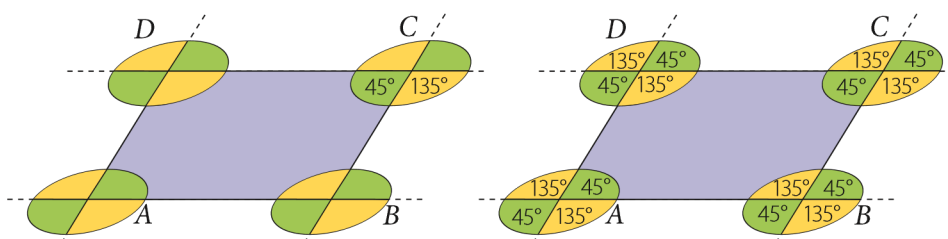
Los ángulos pintados del mismo color son opuestos por el vértice, por lo que tienen igual medida.

- 3 Identifica los ángulos correspondientes y, usando los ángulos opuestos por el vértice, determina aquellos que tienen igual medida.



Los ángulos pintados del mismo color tienen igual medida.

- 4 Determina la medida de los ángulos. Para ello identifica ángulos suplementarios.



¿Qué características observas en las medidas de los ángulos interiores del paralelogramo? ¿Sucede lo mismo en cualquier paralelogramo? Justifica.

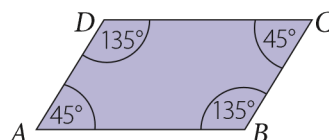
Luego, las medidas de los ángulos interiores del paralelogramo $ABCD$ son:

$$m(\angle CBA) = 135^\circ$$

$$m(\angle BAD) = 45^\circ$$

$$m(\angle ADC) = 135^\circ$$

$$m(\angle DCB) = 45^\circ$$

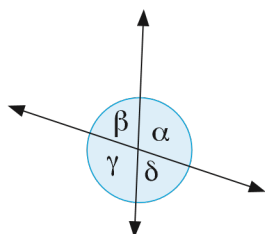


Practico

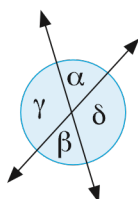
Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Identifica los ángulos opuestos por el vértice. Luego, mídelos con el transportador y comprueba que tengan igual medida.

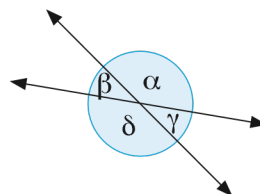
a.



b.

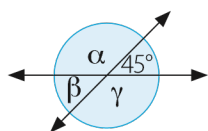


c.

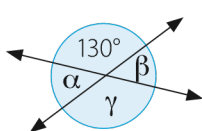


2. Identifica los ángulos suplementarios al ángulo dado y márcalos con color rojo. Luego, calcula la medida de todos los ángulos en cada caso.

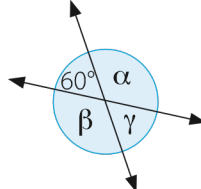
a.



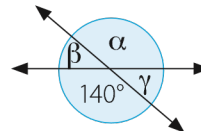
b.



c.

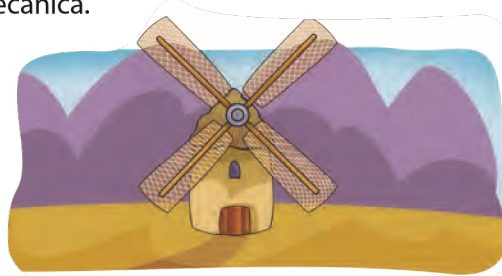


d.



3. **Ciencias Naturales** Las aspas del molino obtienen su movimiento por efecto del viento (energía eólica). A su vez, estas activan un mecanismo y producen energía mecánica.

- a. ¿Cuáles son las medidas de los ángulos formados por las aspas?
- b. Marca en la imagen los ángulos opuestos por el vértice.
- c. Marca en la imagen los ángulos suplementarios.



4.

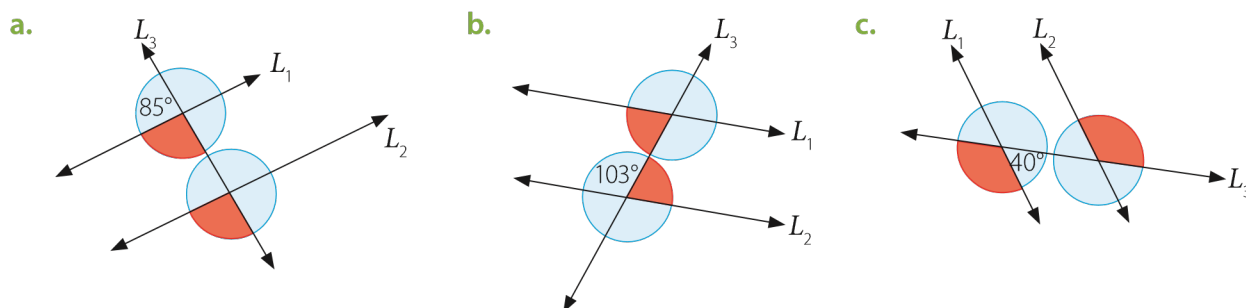


- a. ¿Quién está en lo correcto? Justifica.
- b. Dibuja un ejemplo de lo planteado por Daniela y por Manuel.

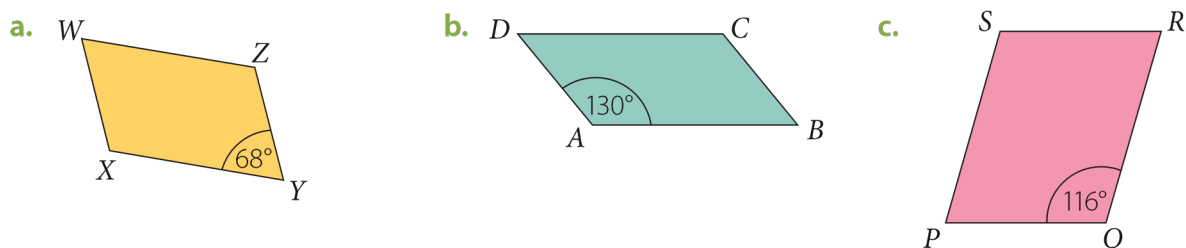
5. Analiza si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifica en cada caso.

- Los ángulos opuestos por el vértice suman 180° .
- Los ángulos correspondientes tienen igual medida.
- Los ángulos alternos internos siempre miden 90° .
- Los ángulos alternos externos pueden tener cualquier medida entre 0° y 90° .

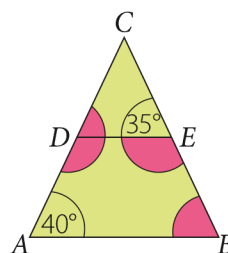
6. En las siguientes figuras, las rectas L_1 y L_2 son paralelas y L_3 es una recta transversal a ellas. Explica por qué los ángulos de color rojo tienen igual medida e identifica con distintos colores los opuestos por el vértice, alternos internos, alternos externos y correspondientes. Luego, determina la medida de todos los ángulos en cada caso.



7. En los siguientes paralelogramos, marca con diferente color cada par de lados paralelos y determina la medida de los ángulos interiores.



8. En el siguiente triángulo, \overline{AB} y \overline{DE} son paralelos. Determina la medida de los ángulos marcados. Luego, reúnete con un compañero o una compañera y comparen sus estrategias, elijan una y escríbanla.



Reflexiono

- ¿Qué ángulos se forman entre dos rectas que se intersectan?
- Escribe 2 ejemplos en los que identifiques ángulos entre rectas en tu entorno.