Lección 3 Funciones

Concepto y representación de una función

Como proyecto de una municipalidad, se han instalado bicicletas estáticas para cargar teléfonos móviles. Por cada hora de pedaleo, a mediana velocidad, se pueden cargar cuatro teléfonos. Si bien la carga no es completa, esta resulta muy útil para cuando la batería se está agotando.

En esta lección comprenderás el concepto de función y conocerás la función lineal y afín y sus representaciones.

Comenta con tu curso la situación y luego responde.

- ¿Cuántos teléfonos se pueden cargar si se pedalea 5 h?, ¿y si se pedalea 7 h?
- Formula una expresión que calcule la cantidad de teléfonos que se pueden cargar según las horas de pedaleo.
- En la expresión de la pregunta anterior, ¿cuáles son las variables involucradas?
- En tu cuaderno, completa la siguiente tabla:

Horas de pedaleo	1	2	3	4	5	6	7
Teléfonos cargados	?	?	?	?	?	?	?

Ejemplo 1

En una máquina se ingresa un número y sale otro según la indicación dada. Observa la imagen y completa la tabla.

Entrada x	1	2	4	15
Salida y	?	?	?	?

1. Calculamos según la instrucción y el valor de entrada.

Entrada 1 ▸ $3 \cdot 1 + 1 = 4$ Entrada 3 ▸ $3 \cdot 4 + 1 = 13$

Entrada 2 ▸ $3 \cdot 2 + 1 = 7$ Entrada 15 ▸ $3 \cdot 15 + 1 = 46$

2. Completamos la tabla.

Entrada x	1	2	4	15
Salida y	4	7	13	46

- Una **función** f de un conjunto A en un conjunto B ($f: A \to B$) es una relación que asocia a cada elemento x de A un único elemento y de B.

Conjunto de partida

$f: A \to B$ ⟶ Conjunto de llegada

$x \to y = f(x)$

Preimagen Imagen

Ejemplo 2

Miguel vende automóviles. Su sueldo fijo mensual es de $220 000, y por cada unidad vendida recibe una comisión de $35 000. ¿Cuál será el sueldo de Miguel si vende nueve automóviles durante un mes? ¿Cuál es la expresión que modela la situación?

1. Construimos una tabla para representar la cantidad de automóviles vendidos y el sueldo de Miguel.

Cantidad de automóviles vendidos	Sueldo
1	$\$220\,000 + \$35\,000 \cdot 1 = \$255\,000$
2	$\$220\,000 + \$35\,000 \cdot 2 = \$290\,000$
3	$\$220\,000 + \$35\,000 \cdot 3 = \$325\,000$

2. Calculamos el sueldo de Miguel si vende nueve automóviles.

$$\$220\,000 + \$35\,000 \cdot 9 = \$535\,000$$

3. Si representamos con y el sueldo recibido por Miguel al vender x automóviles, la situación se puede modelar por la expresión:

$$y = 220\,000 + 35\,000x$$

Aprende

- Una **función** es una relación entre dos variables x e y, de manera que a cada valor de x, llamado **preimagen**, le corresponde un único valor de y, llamado **imagen**.
- Como el valor de y depende del valor de x, se dice que y es la **variable dependiente** y x la **variable independiente**.
- La variable y puede también escribirse como $f(x)$, donde x es la otra variable, y se lee "f de x". Por ejemplo, la función $y = 150 + 25x$, también se puede escribir como $f(x) = 150 + 25x$.

Ejemplo 3

Representa la función f que relaciona los números enteros con su sucesor.

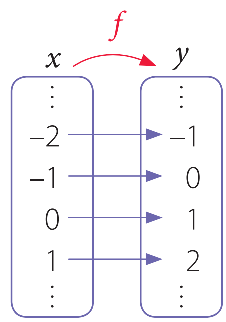
Tabla

Al representar la función f en una tabla de valores obtenemos:

x	…	–2	–1	0	1	…
y	…	–1	0	1	2	…

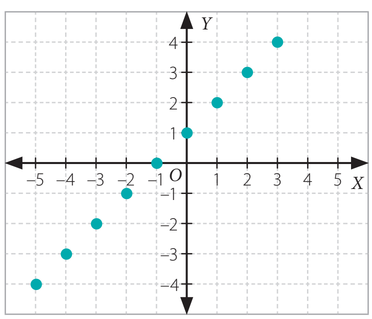
Diagrama

En un diagrama sagital podemos relacionar los elementos por medio de flechas desde el conjunto de partida al conjunto de llegada.



Gráfico

La representación gráfica de la función f es el conjunto de pares ordenados (x, y) que satisfacen $y = f(x)$.



- Para **representar una función en el plano cartesiano**, los valores de x se representan sobre el eje horizontal o de las abscisas (X), y los valores de y se representan sobre el eje vertical o de las ordenadas (Y).

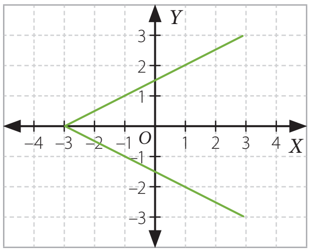
Expresión algebraica

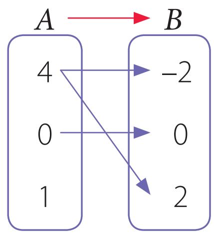
Podemos representar la función f con una expresión algebraica.

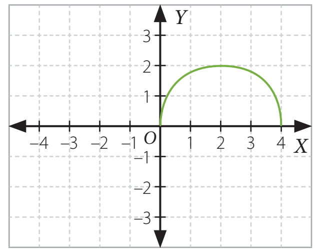
Si x representa un número entero, la expresión $x + 1$ representa a su sucesor.
Entonces tenemos que: $y = x + 1$

Ejemplo 4

¿Cuál de las siguientes representaciones corresponde a una función?







1. El primer gráfico no representa una función, ya que para cualquier valor de x entre –3 y 3 existen 2 valores de y a los que está relacionado. Por ejemplo, para $x = 1$, y toma los valores 2 y – 2.
2. El diagrama no representa una función, ya que el valor 4 en A está relacionado con dos valores en B, –2 y 2, además el valor 1 en A no está relacionado a ningún valor en B.
3. El último gráfico representa una función, ya que para todo valor de x entre 0 y 4 existe un único valor de y.

Ejemplo 5

El valor general de las entradas para una obra de teatro es de $4 500 y la capacidad máxima del teatro es para 150 personas. ¿Cuál es el dominio y cuál el recorrido de la función que modela la cantidad de asistentes y la recaudación de dinero?

1. La función que modela la situación es $y = 4\,500x$, donde la variable independiente x es la cantidad de personas que asisten al teatro y la variable dependiente y es la recaudación de dinero en pesos.
2. Como x representa la cantidad de personas, los valores que puede tomar van desde 0 a 150, y al reemplazarlos en la función resultan los valores de y, es decir, $4\,500 \cdot 0, 4\,500 \cdot 1, \ldots\ 4\,500 \cdot 150$.
3. Luego, el dominio y el recorrido de la función están dados por:

$$Dom(f) = \{0, 1, 2, 3, \ldots\ 150\}$$

$$Rec(f) = \{0, 4\,500, 9\,000, \ldots\ 675\,000\}$$

Aprende

- Se llama **dominio** de una función f (Dom(f)) al conjunto de valores que la variable x puede tomar, es decir, el conjunto de las preimágenes.
- Se llama **recorrido** de una función f (Rec(f)) al conjunto de las imágenes y, es decir, todos los valores que resultan al reemplazar los valores del dominio en la función f.

Actividades

1. **Determina, en cada caso, si la relación entre las variables corresponde o no a una función.**

a. Un número natural y su opuesto aditivo.

b. La longitud del lado de un cuadrado y su área.

c. La cantidad de respuestas correctas en una prueba y la nota final obtenida.

2. **Determina las variables dependiente e independiente en las siguientes relaciones.**

a. El volumen de un cubo y la medida de su arista.

b. Un número y su sucesor.

c. La cantidad de kilogramos de pan y el precio total.

3. **¿Cuál es la expresión algebraica que permite modelar la relación entre los valores de x e y que se muestra en la siguiente tabla?**

x	1	2	3	4	5	6	7
y	5	7	9	11	13	15	17

4. **En un triángulo rectángulo, la medida de uno de los ángulos agudos se puede representar por la función $y = 90° - x$.**

a. ¿Qué representa la variable independiente x en este caso?

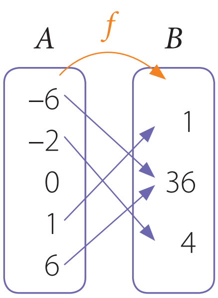
b. ¿Qué valores puede tomar la variable x?, ¿y la variable y?, ¿por qué?

c. ¿Qué sucede con el ángulo x si el triángulo es isósceles?

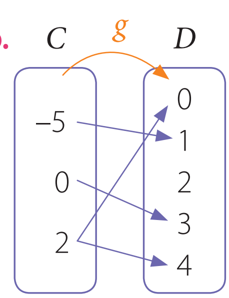
d. Construye una tabla que represente esta situación.

5. **Identifica si los siguientes diagramas representan una función.**

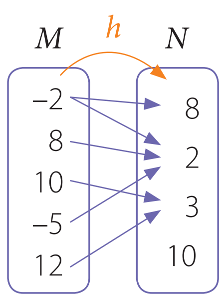
a.



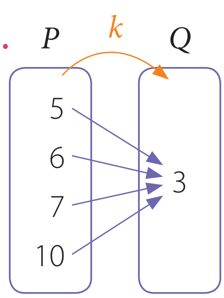
b.



c.

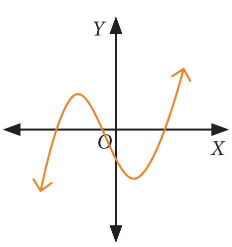


d.

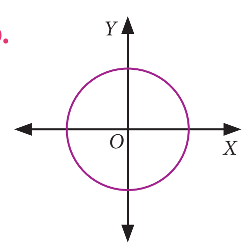


6. **Analiza las siguientes gráficas y determina si representan funciones.**

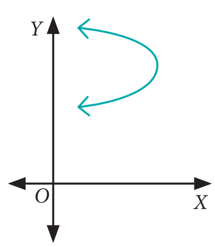
a.



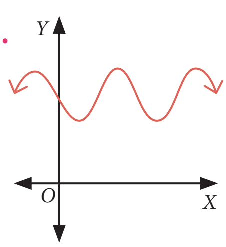
b.



c.

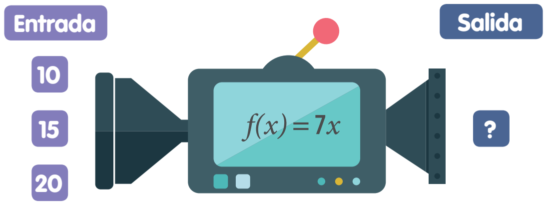


d.

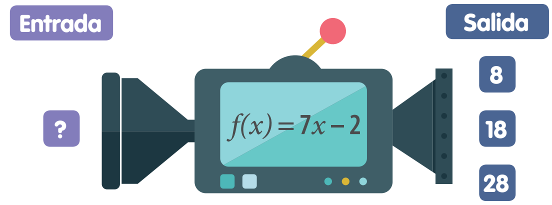


7. Considerando la función dada, determina los valores de entrada o de salida.

a.



b.



8. Construye una tabla de valores para las siguientes funciones. Considera cinco valores en cada caso.

a. $f(x) = 4 \cdot x + 9$

b. $g(x) = -x + 2$

c. $h(x) = -0{,}25 \cdot x + 1$

d. $k(x) = x + 10$

e. $f(x) = -\frac{1}{5} \cdot x$

f. $g(x) = x^2 - 2$

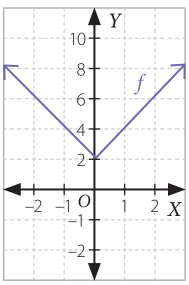
g. $h(x) = 2 \cdot x^2$

h. $k(x) = \frac{1}{2} \cdot x + 2$

i. $g(x) = x^3$

9. A partir de la gráfica de cada función, determina las imágenes pedidas.

a.

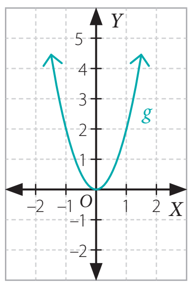


$f(-2)$

$f(0)$

$f(2)$

b.

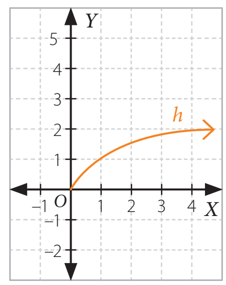


$g(-1)$

$g(0)$

$g(1)$

c.



$h(0)$

$h(1)$

$h(4)$

10. Dado el dominio de cada función, determina el recorrido.

a. $f(x) = 20x$ y $Dom(f) = \{0, 1, 2, 3\}$

b. $g(x) = -5x$ y $Dom(g) = \{0, 3, 6, 9\}$

c. $h(x) = x - 3$ y $Dom(h) = \{-2, -1, 0, 1\}$

d. $j(x) = 3x + 4$ y $Dom(j) = \{0, 5, 10, 15\}$

11. En un laboratorio, cierta sustancia química tiene una temperatura inicial de 20 ºC, a partir de la cual aumenta 3 ºC por minuto.

a. Determina una expresión algebraica que represente la función temperatura resultante T pasados x minutos.

b. Determina el dominio y el recorrido de la función T. Considera hasta los 60 min.

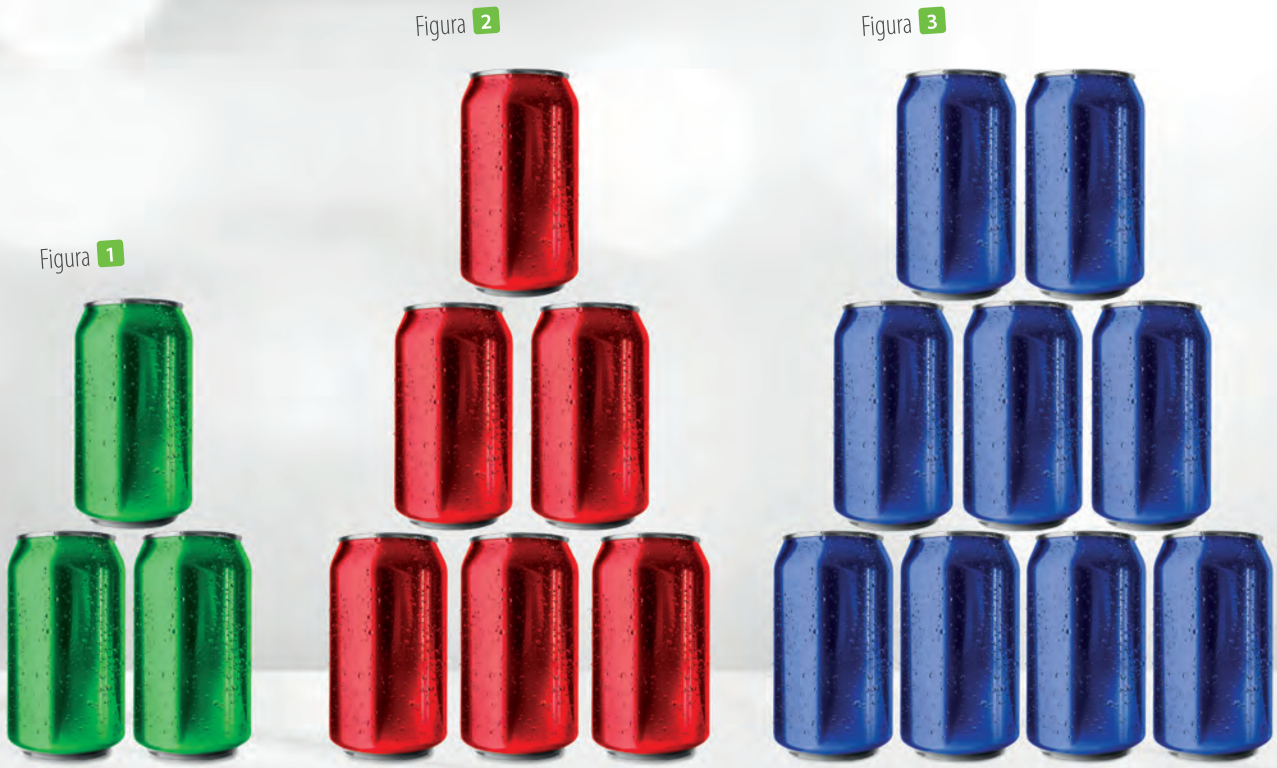
Cuaderno de Actividades
Páginas 54 a 61.

Reflexiona y responde

- ¿Con qué conocimiento previo puedes vincular lo que has aprendido sobre funciones?
- Explica cómo identificar si una relación es una función.

Función lineal

La profesora de Artes Visuales le pidió a sus estudiantes que, en grupos, construyeran obras tridimensionales con materiales reciclados. Un grupo confeccionó figuras con latas de bebidas y las puso por distintas partes del colegio a modo de intervención y como un llamado a seguir la regla de las tres erres: reducir, reutilizar y reciclar. A continuación, se muestran las primeras tres figuras:



Observa la imagen y luego realiza lo pedido.

- Completa en tu cuaderno la siguiente tabla considerando que las figuras siguen un patrón.

Número de la figura	1	2	3	4	5	6
Cantidad de latas usadas	?	?	?	?	?	?

- Considerando que x es el número de la figura y $f(x)$ la cantidad de latas utilizadas en cada figura, determina la función que modela esta situación.
- Si se construyeran muchas figuras, ¿cuántas latas ocuparía la figura 456?
- ¿Crees que es importante implementar la regla de las tres erres en tu vida cotidiana? ¿Por qué?

Ejemplo 1

Se tiene un proyector que puede triplicar el tamaño de las letras de un documento según los requerimientos de los usuarios. Si se decide aumentar seis veces el tamaño original de las letras de un escrito, ¿cuál debe ser el aumento previo?

1. El tamaño original del documento se relaciona de manera directamente proporcional con el tamaño en la proyección, por lo tanto podemos representar la función que modela la proyección del documento.

$$f(x) = 3 \cdot x \longrightarrow \text{Función que triplica el tamaño de las letras.}$$

2. Si x representa el tamaño original de las letras y a el tamaño con el aumento previo para que en la proyección el tamaño sea 6 veces el del original, analizamos la siguiente igualdad:

$$f(a) = 6 \cdot x = 3 \cdot 2 \cdot x \;\blacktriangleright\; a = 2 \cdot x \longrightarrow \text{El doble del tamaño original de las letras.}$$

3. El tamaño original debe duplicarse para obtener una proyección en la que el tamaño de las letras sea 6 veces el original.

Aprende

Una **función lineal** f es una función que puede escribirse de la forma: $f(x) = m \cdot x$, con $m \neq 0$.

Una función lineal cumple las siguientes propiedades:

- Propiedad aditiva: $f(x + z) = f(x) + f(z)$
- Propiedad homogénea: $f(c \cdot x) = c \cdot f(x)$, con $c \neq 0$.

Ejemplo 2

Se tiene la función f definida como $f(x) = 16 \cdot x$. Si a, b, c son números cualquiera, verifica que:

$$f(a + b) = f(a) + f(b)$$

$$f(c \cdot x) = c \cdot f(x)$$

1. Calculamos el valor de $f(a + b)$ y $f(c \cdot x)$ aplicando propiedades numéricas.

$$f(a + b) = 16 \cdot (a + b) = \underbrace{16 \cdot a + 16 \cdot b}_{\text{Propiedad distributiva}} \qquad f(c \cdot x) = 16 \cdot (c \cdot x) = \underbrace{c \cdot (16 \cdot x)}_{\text{Propiedad asociativa}}$$

2. Calculamos $f(a) + f(b)$ y $c \cdot f(x)$.

$$f(a) + f(b) = 16 \cdot a + 16 \cdot b$$

$$c \cdot f(x) = c \cdot (16 \cdot x)$$

3. Verificamos que los resultados obtenidos en 1 coincidan con los obtenidos en 2.

Luego, se cumple que $f(a + b) = f(a) + f(b)$ y que $f(c \cdot x) = c \cdot f(x)$.

Ejemplo 3

Determina si las funciones $f(x) = 2 \cdot x$ y $g(x) = -x$ representan un crecimiento o un decrecimiento. ¿Qué punto tienen en común?

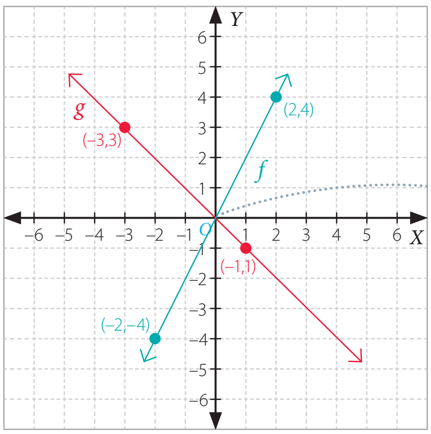
1 Construimos la tabla de valores para cada función.

x	–2	0	2
$f(x)$	–4	0	4

x	–3	0	1
$g(x)$	3	0	–1

- Para **representar una función**, es conveniente registrar los valores en una tabla e identificar algunos pares ordenados que pertenezcan a la gráfica de la función.

2 Graficamos ambas funciones en el plano.



Ambas rectas se intersecan en el origen, es decir, el punto $O(0, 0)$.

3 Al observar la representación gráfica de la función f, es posible notar que los valores $f(x)$ crecen a medida que los de x aumentan. Del mismo modo, los valores de $g(x)$ disminuyen a medida que los de x aumentan. Luego, la función f representa una función creciente y la función g representa una función decreciente.

Aprende

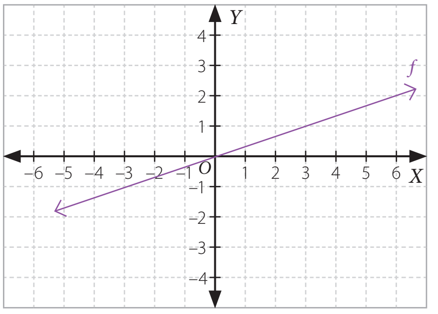
- Una **función lineal** $f(x) = m \cdot x$, con $m \neq 0$, corresponde a una recta que pasa por el origen $O(0, 0)$. El gráfico dependerá del dominio o del conjunto considerado para graficarla.
- El valor m representa la **pendiente de la recta**. Si $m > 0$, la recta es creciente, y si $m < 0$, la recta es decreciente.
- Si se conocen dos puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) que pertenecen a la gráfica de la función f, la pendiente m se puede calcular de la siguiente forma:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1},\ x_2 \neq x_1$$

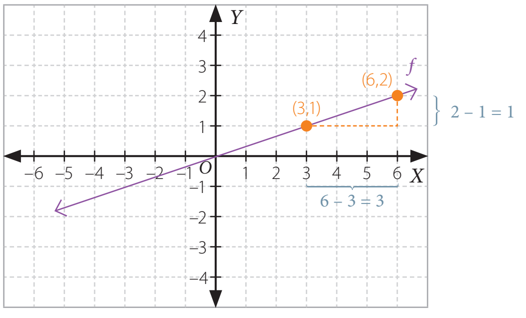
¿Por qué crees que en la definición anterior x_1 debe ser distinto de x_2?

Ejemplo 4

Determina si el punto (12, 4) pertenece a la gráfica de la función lineal f.



1. Ubicamos dos puntos que pertenezcan a la gráfica de la función. En este caso, los puntos son (3, 1) y (6, 2).



2. Determinamos el valor de m y representamos la función lineal f como $f(x) = m \cdot x$.

Diferencia entre las ordenadas de los puntos.

$$m = \frac{(2 - 1)}{(6 - 3)} = \frac{1}{3}$$

Diferencia entre las abscisas de los puntos.

Luego, $f(x) = \frac{1}{3} \cdot x$

3. Verificamos si $f(12) = 4$.

$$f(12) = \frac{1}{3} \cdot 12 = 4$$ El punto (12, 4) pertenece a la gráfica de f.

Aprende

Para determinar si un par ordenado (x, y) pertenece a la gráfica de una función, se debe cumplir que $f(x) = y$.

Por ejemplo, para verificar que (2, 7) pertenece a la gráfica de $f(x) = 5x - 3$, se debe comprobar que $f(2) = 7$. Es decir, $f(2) = 5 \cdot 2 - 3 = 7$.

Actividades

1. Determina si las siguientes son funciones lineales.

a. $h(x) = 2x - 4$

b. $f(x) = \frac{3}{2}x$

c. $g(x) = -5x$

d. $j(x) = 2x + \frac{5}{9}$

2. Un bus interurbano viaja al sur a una rapidez constante. Una pantalla informa a los pasajeros la distancia recorrida y el tiempo transcurrido, como se muestra a continuación:

Distancia recorrida: **180 km** Tiempo: **2 h**	Distancia recorrida: **270 km** Tiempo: **3 h**

a. ¿A qué rapidez viaja el bus?

b. ¿Qué datos del viaje aparecerán en la pantalla media hora más tarde?

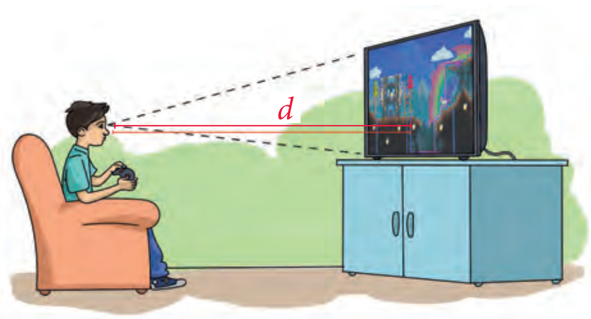
c. Si x representa la cantidad de horas transcurridas e y la distancia recorrida, completa la siguiente tabla en tu cuaderno.

x	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5
y	?	?	?	?	?	?	?	?

3. Carlos leyó que la distancia óptima d, en centímetros, a la que debe ubicarse una persona frente al televisor se puede expresar mediante la función d, dada por $d(x) = 5 \cdot x$, donde x es la medida de la diagonal de la pantalla del televisor en centímetros.

a. Si Carlos siguió la recomendación anterior y se ubica a 266,7 cm de la pantalla de su televisor, ¿cuántos centímetros mide la diagonal (x) de la pantalla?

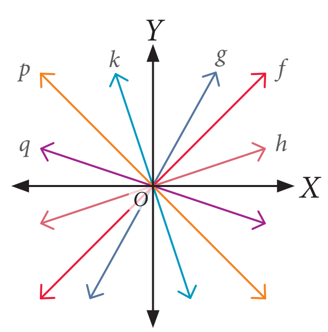
b. ¿A cuántos centímetros del televisor debe ubicarse un televidente si la diagonal del aparato mide 29 pulgadas? (Una pulgada equivale aproximadamente a 2,54 cm).



4. Observa la siguiente representación gráfica y luego responde.

a. ¿Qué funciones tienen pendiente positiva y cuáles pendiente negativa?

b. ¿Qué punto en común tienen las gráficas? ¿Es el único?, ¿por qué?



5. Considerando la gráfica, determina a qué función pertenecen los siguientes puntos.

a. $A\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

b. B (–0,5; –1,5)

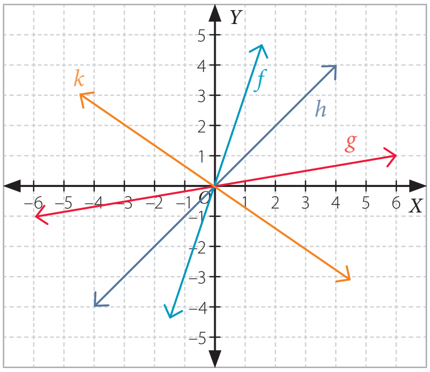
c. C (2; –1,5)

d. E (–2, –2)

e. F (6, 1)

f. $D\left(\frac{2}{5}; 0{,}4\right)$

g. G (–6, –1)



6. En parejas, analicen la siguiente información y luego realicen lo pedido.

El Banco Central de Chile es un organismo que tiene la autoridad exclusiva de emitir billetes y monedas y debe regular la cantidad de dinero que hay en circulación.

a. Averigüen a cuántos pesos chilenos equivale un dólar y, según esto, completen la siguiente tabla en sus cuadernos. Utilicen la calculadora si es necesario.

Dólar (USD)	0	100	1 000	1 500	2 500
Pesos chilenos (CLP)	?	?	?	?	?

b. Representen algebraicamente la función que modela la relación entre el peso chileno y el dólar.

c. Representen gráficamente la función usando los datos de la tabla.

d. Investiguen a cuánto equivalía, aproximadamente, el dólar en pesos chilenos hace un año. ¿Por qué creen que varía este valor? Comenten con su curso.

7. Representa gráficamente las siguientes funciones lineales en tu cuaderno.

a. $f(x) = -x$ **b.** $g(x) = \frac{x}{2}$ **c.** $h(x) = 1{,}5x$ **d.** $j(x) = -0{,}5x$

8. Verifica si para la función lineal $f(x) = \frac{1}{2}x$ se cumplen las siguientes propiedades.

a. $f(k \cdot x) = k \cdot f(x)$, para $x = 2$ y $k = 4$.

b. $f(x + z) = f(x) + f(z)$, para $x = 2$ y $z = -6$.

c. $f(x - k \cdot z) = f(x) - k \cdot f(z)$, para $x = -8$, $k = 2$ y $z = 10$.

d. $k \cdot f(x + z) = k \cdot f(x) + k \cdot f(z)$ para $x = -10$, $z = 6$ y $k = -2$.

Cuaderno de Actividades
Páginas 62 a 67.

Reflexiona y responde

- ¿Con qué aprendizaje previo puedes relacionar las funciones lineales?
- ¿Crees que usaste la tecnología en forma responsable? ¿Por qué?
- ¿Qué es una función lineal? Explica con tus palabras.

Función afín

En las cuentas de agua, generalmente, se especifica el cargo fijo, los metros cúbicos consumidos y los montos que se van a pagar por agua potable y por servicio de alcantarillado, los cuales dependen de la cantidad de metros cúbicos consumidos.

Analiza la información de la imagen y luego realiza lo pedido.

- En tu cuaderno, completa la tabla que relaciona los metros cúbicos consumidos y el total a pagar.

Consumo (m^3)	1	10	25	30
Total a pagar ($)				

- ¿Cuál es la función que relaciona el total por pagar (y) y los metros cúbicos consumidos (x)?
- Explica en qué se diferencia la función que formulaste con respecto a la función lineal.

Ejemplo 1

La gráfica de la función $f(x) = m \cdot x + c$, pasa por los puntos $A(-2, 0)$ y $B(0, 6)$. Completa la tabla con los valores de las imágenes ($f(x)$) y preimágenes (x) de f.

x	–4		–2	0	4		8
$f(x) = m \cdot x + n$		–3	0	6		–18	

1. Calculamos la pendiente de la función f.

$$m = \frac{6-0}{0-(-2)} = \frac{6}{2} = 3$$

Diferencia entre las ordenadas de los puntos A y B.

Diferencia entre las abscisas de los puntos A y B.

2. Reemplazamos el valor de m en la expresión $f(x) = m \cdot x + c$ y calculamos el valor de c a partir de la igualdad $f(0) = 6$, ya que el punto $B(0, 6)$ pertenece a la gráfica de f.

$$f(x) = 3 \cdot x + c \blacktriangleright f(0) = 3 \cdot 0 + c = 6 \blacktriangleright c = 6$$

Luego, se tiene que $f(x) = 3 \cdot x + 6$ y al completar la tabla obtenemos:

x	–4	**–3**	–2	0	4	**–8**	8
$f(x) = m \cdot x + n$	**–6**	–3	0	6	**18**	–18	**30**

Aprende

Una **función afín** es una función de la forma $f(x) = m \cdot x + c$, con m y c distintos de cero. La constante m es la **pendiente** y c el **coeficiente de posición**, el cual corresponde al valor en el eje Y por donde pasa su gráfica.

Ejemplo 2

En un experimento, una sustancia que se encuentra a 10 ºC aumenta su temperatura a razón de 3 ºC por minuto. Si f representa la temperatura de la sustancia y t los minutos transcurridos, ¿cuál es el valor de c si se sabe que $f(t + 1) = f(t) + c$?

1. Representamos la función f que modela la situación.

Temperatura inicial → $f(t) = \boxed{10} + \boxed{3 \cdot t}$ ← Aumento de temperatura por minuto.

2. Representamos la expresión algebraica para $f(t + 1)$.

$$f(t+1) = 10 + 3 \cdot (t+1) = 10 + 3 \cdot t + 3 \cdot 1 = 13 + 3 \cdot t$$

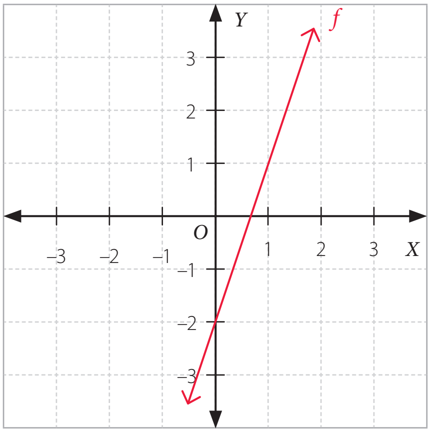
3. Calculamos el valor de c.

$$f(t+1) = f(t) + c \longrightarrow c = f(t+1) - f(t) = 13 + 3 \cdot t - (10 + 3 \cdot t) = \boxed{3}$$ ← Cambio de temperatura por minuto.

Luego, se tiene que $c = 3$

Ejemplo 3

Representa algebraicamente la función mostrada en el gráfico.



1. La función f es afín, por lo tanto, podemos representarla como $f(x) = mx + c$. Luego, como la gráfica de la función corta al eje Y en el punto (0, –2), el valor de c es –2.

2. Reemplazamos el valor de c en la expresión.

$$f(x) = mx + (-2)$$

3. Como el punto (1, 1) pertenece a su gráfica, se cumple que $f(1) = 1$.

$$f(1) = m \cdot 1 + (-2) = 1 \;\blacktriangleright\; m + (-2) = 1 \;\blacktriangleright\; m = 3$$

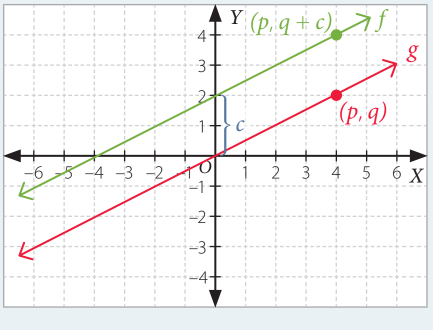
Entonces, $f(x) = 3x + (-2)$, o bien $f(x) = 3x - 2$.

¿En qué se diferencian la gráfica de la función afín a la gráfica de la función lineal?

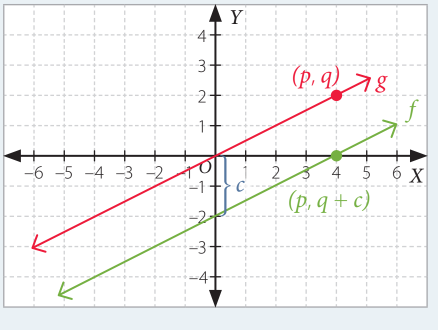
Aprende

Una **función afín** $f(x) = m \cdot x + c$, con m y c distintos de cero, se puede **representar** como la gráfica de una función lineal $g(x) = m \cdot x$ trasladada c unidades hacia arriba o hacia abajo según corresponda.

- Si $c > 0$:

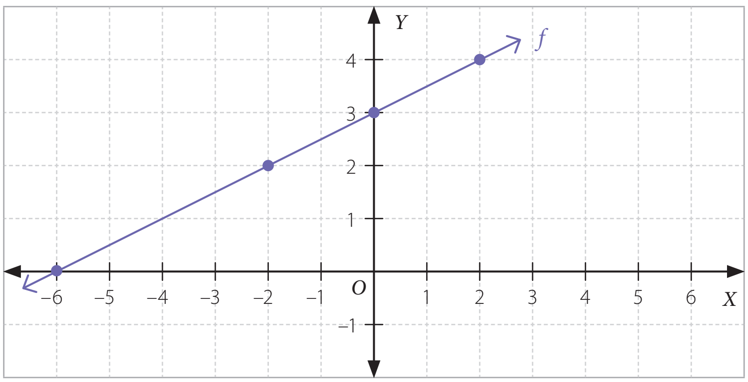


- Si $c < 0$:



Ejemplo 4

Los puntos P, Q y R pertenecen a la gráfica de f. Determina la coordenada que falta en cada uno de ellos.



$P(6,$? $)$

$Q(-8,$? $)$

$R(-10,$? $)$

1 La función f es afín, por lo tanto la representamos como $f(x) = mx + c$. Como la gráfica de la función corta al eje Y en el punto (0, 3), el valor de c es 3. Al reemplazar este valor obtenemos $f(x) = mx + 3$.

2 Los puntos (–2, 2) y (2, 4) pertenecen a la gráfica de f, por lo tanto podemos calcular la pendiente m de la recta.

$$m = \frac{4-2}{2-(-2)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

La pendiente m de una recta está relacionada con su inclinación y puede interpretarse como la variación de y por cada unidad que varía x.

Luego, $f(x) = \frac{1}{2} \cdot x + 3$.

3 Calculamos el valor $f(6)$, $f(-8)$ y $f(-10)$.

$f(6) = \frac{1}{2} \cdot 6 + 3 = 3 + 3 = 6$ ▸ $P(6, 6)$

$f(-8) = \frac{1}{2} \cdot -8 + 3 = -4 + 3 = -1$ ▸ $Q(-8, -1)$

$f(-10) = \frac{1}{2} \cdot -10 + 3 = -5 + 3 = -2$ ▸ $R(-10, -2)$

La coordenada faltante en cada punto es la imagen de la abscisa del punto.

Aprende

En una función afín de la forma $f(x) = mx + c$ se tiene que:

- Si $m \neq 0$ y $c = 0$, la función f es una función lineal.
- Si $m = 0$ y $c \neq 0$, la función f es una función constante, es decir, para todo $x \in Dom(f)$ se tiene que $f(x) = c$.

Actividades

1. Determina si las siguientes son funciones lineales o afines. Justifica tu respuesta.

   a. $f(x) = \frac{3}{4}x - 1$

   b. $h(x) = 3x - 5$

   c. $g(x) = -2x + 6$

   d. $j(x) = x + \frac{5}{9}$

   e. $k(x) = -\frac{5}{4}x$

   f. $l(x) = x - 5{,}5$

2. Determina para cada función el valor de la pendiente y las coordenadas del punto en el que corta al eje Y.

   a. $f(x) = -3x + 6$

   b. $h(x) = -x + 10$

   c. $g(x) = -9x + 1{,}5$

   d. $j(x) = -2x - \frac{5}{9}$

   e. $k(x) = \frac{5}{4}x + \frac{1}{2}$

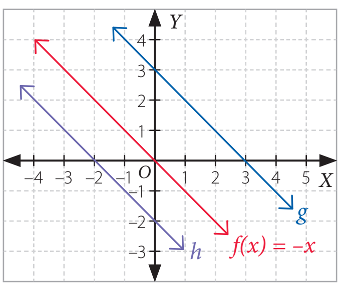
   f. $h(x) = -2{,}4 + x$

   g. $k(x) = \frac{3}{4} - \frac{3}{4}x$

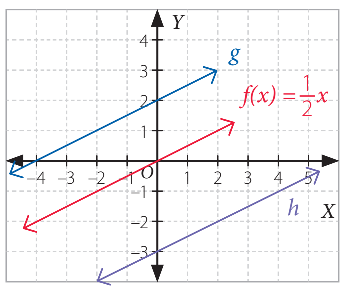
   h. $f(x) = 4{,}4 + 5x$

3. Determina la expresión algebraica que representa a las funciones g y h en cada caso.

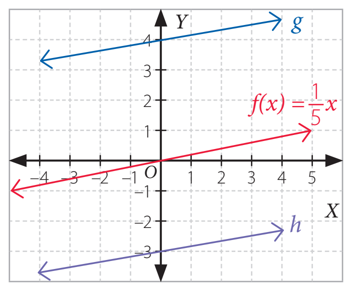
   a.



   b.



   c.



4. Grafica la función que pasa por los puntos dados en cada caso. Luego, determina su pendiente y el punto donde corta al eje Y.

   a. $R(1, -1)$ y $E(3, 4)$

   b. $N(-1, 4)$ y $M(1, 4)$

   c. $A(4, 0)$ y $G(0, 3)$

5. Los planes de dos empresas de telefonía son:

   a. ¿Qué función modela el total a pagar en la compañía *¡Habla ya!*? ¿Y en la compañía *¡Habla siempre!*?

   b. ¿Cuál es el cobro, en ambas compañías, si se hablan 50 min? ¿Y si se hablan 80 min?

   c. Grafica cada función en el plano cartesiano.

   d. Según las gráficas que construiste, ¿en qué condiciones es más conveniente la compañía *¡Habla ya!*?

6. **Resuelve los siguientes problemas.**

a. La temperatura de un lugar es de 5 ºC al mediodía y después desciende 4 ºC cada hora. ¿Cuál es la función afín que modela esta situación y cuál será la temperatura a las 20:00 horas?

b. El nivel del agua de un estanque era inicialmente de 240 cm y su contenido desciende a razón de 6 cm por minuto. ¿Cuál es la función afín que modela esta situación y cuál será el nivel del agua luego de 40 min?

c. En una cuenta telefónica se cobra un cargo fijo de $300, y por cada minuto, $100. ¿Cuál es la función afín que modela esta situación y cuál será el monto a pagar si se hablan 120 min?

7. **Analiza la siguiente información y luego resuelve el problema.**

Cuando se hace una inversión con un interés simple anual se puede obtener el capital final (A) mediante la expresión:

$$A = b + b \cdot r \cdot t$$

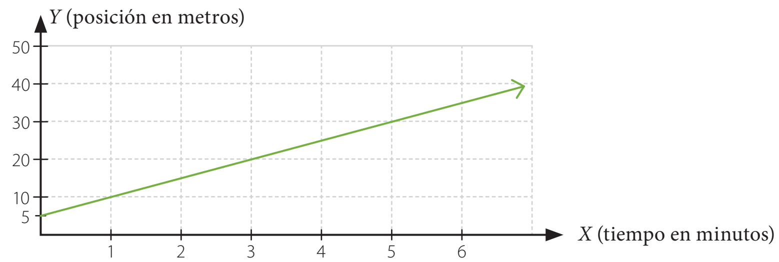
donde b es el capital inicial; r, la tasa de interés anual, y t, el tiempo en años.

Pedro abrió una cuenta de ahorro y depositó $150 000. Si la tasa de interés simple es de 5% anual y durante 2 años no se realizan depósitos ni giros, ¿cuál es el saldo de la cuenta luego de este tiempo?

8. **Reúnete con un compañero o compañera y analicen la representación gráfica de las siguientes funciones. ¿Cuáles son las semejanzas y las diferencias entre sus gráficas?**

$$f(x) = 2x + 5 \qquad g(x) = 2x \qquad h(x) = 2x - 5$$

9. **Un móvil parte de un punto y se mueve con una rapidez constante. La relación entre el tiempo y su posición se muestra en el siguiente gráfico.**



a. ¿A qué distancia del punto de referencia (origen) parte el móvil?

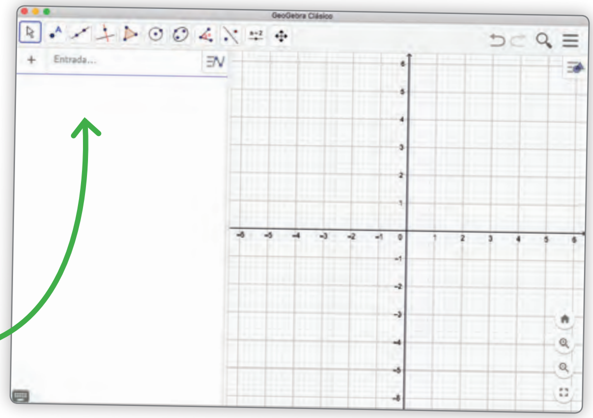
b. ¿Cuál es la expresión algebraica que representa la función mostrada en el gráfico?

c. ¿En qué momento el móvil estará a 80 m del punto de partida?

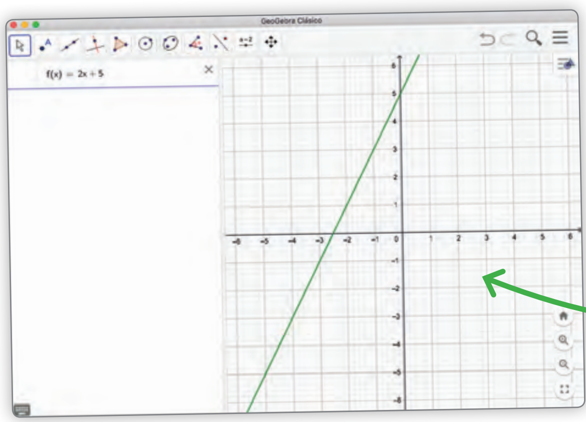
Herramientas tecnológicas

Para representar la gráfica de una función lineal o afín se puede utilizar el programa GeoGebra.

1. Descarga el programa en
https://www.geogebra.org/download?lang=es

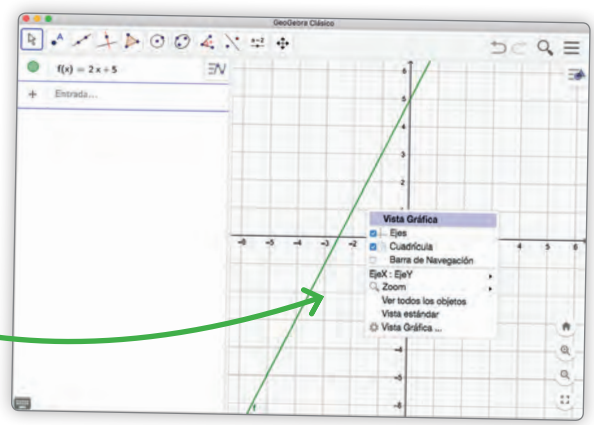


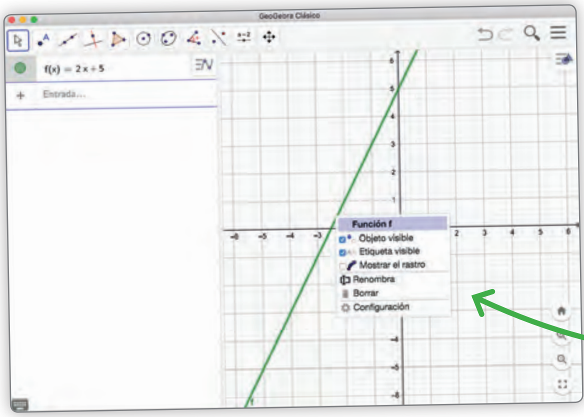
2. Escribe la función lineal o afín que quieras en la sección «Entrada», ubicada en la parte inferior de la ventana. Por ejemplo $f(x) = 2x + 5$.



3. Una vez ingresada, presiona *Enter* y observa la gráfica que aparece.

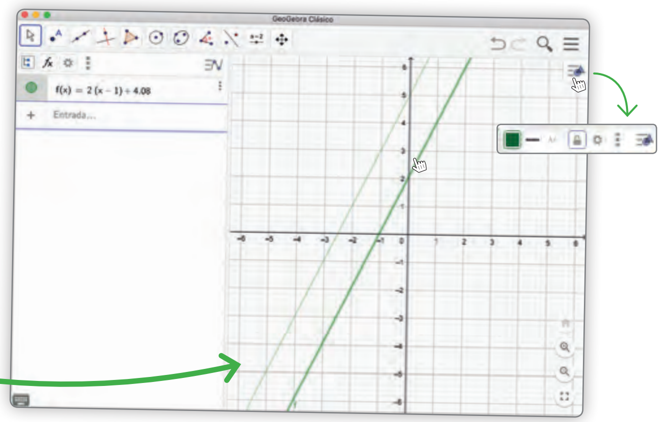
4. Haz clic con el botón derecho del *mouse* sobre el plano cartesiano para acceder a las opciones de apariencia del plano cartesiano, como ejes, cuadriculado, *zoom*, entre otras.





5 Haz clic con el botón derecho del *mouse* sobre la función para acceder a las opciones de apariencia y propiedades del objeto, en este caso, la función.

6 Mueve la gráfica de la función manteniendo presionado el botón derecho o izquierdo del *mouse* sobre la función. Observa que la expresión algebraica de la función cambia según varía la gráfica.



Responde:

1. **Utiliza GeoGebra para graficar las siguientes funciones y luego responde.**
   - **a.** $f(x) = 2x$ y $g(x) = -2x$.
   - **b.** $f(x) = x$ y $g(x) = 0{,}5x$.
   - **c.** $f(x) = 3x$ y $g(x) = 3x - 1$.
   - **d.** $f(x) = 6x$ y $g(x) = 6x + 5$.

   En cada caso, ¿cuáles son las semejanzas y las diferencias entre sus representaciones gráficas?

2. **Representa gráficamente en Geogebra $f(x) = 5$ y luego $v(x) = -3$. ¿Puedes decir que son funciones?, ¿por qué?**

Nota: la aplicación GeoGebra, creada por Markus Hohenwarter, fue incluida en este texto con fines de enseñanza y a título meramente ejemplar.

Cuaderno de Actividades
Páginas 68 a 71.

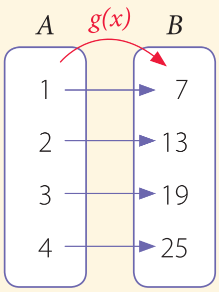
Reflexiona y responde

- ¿Cuáles son las diferencias entre una función afín y una función lineal?
- ¿Cuál crees que es una ventaja de usar herramientas tecnológicas al graficar funciones?
- ¿Qué pasos sigues al graficar las funciones? Ejemplifica.

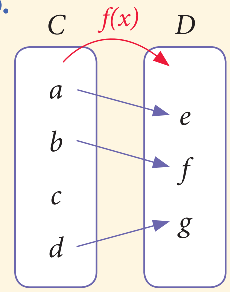
Evaluación Lección 3

1. Identifica en cada caso si los diagramas representan una función. Justifica tu respuesta.

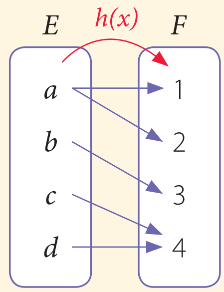
a.



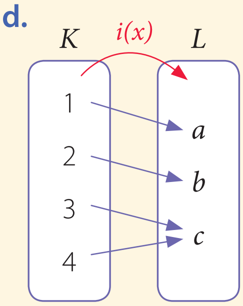
b.



c.



d.

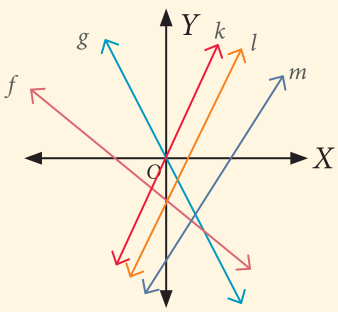


2. Dado el dominio de cada función, determina el recorrido.

a. $f(x) = -3x$ y $Dom(f) = \{-2, -1, 0, 1\}$

b. $g(x) = 10x - 3$ y $Dom(g) = \{0, 1, 2, 3\}$

3. Clasifica las siguientes funciones en lineales o afines y si son crecientes o decrecientes.



4. Determina si los puntos pertenecen a la gráfica de cada función.

a. $f(x) = -3x$, $A(0, 0)$, $B(1, -3)$, $C(3, 9)$, $D(-2, 10)$

b. $g(x) = x - 6$, $E(1, 5)$, $F(2, -4)$, $G(-1, -7)$, $H(-9, -3)$

5. Determina si las siguientes son funciones lineales o afines. Justifica tu respuesta.

a. $h(x) = 3x - 33$

b. $f(x) = \frac{5}{7}x - 22$

c. $g(x) = -2x$

d. $j(x) = \frac{3}{4}x$

e. $l(x) = x - 5,5$

f. $k(x) = 1 - \frac{5}{7}x$

6. Determina, para cada función, el valor de la pendiente y las coordenadas del punto en el que corta al eje Y.

a. $f(x) = 7x + 1$

b. $h(x) = -x + 10$

c. $g(x) = -9x - 2,5$

d. $j(x) = -2x$

e. $k(x) = -\frac{3}{4}x$

f. $l(x) = -8$

7. **En una florería, por armar un ramo de rosas se cobran $700 como base y $900 por cada rosa.**

a. ¿Cuál es el precio del ramo si tiene 10 rosas?

b. ¿Cuál es la función que relaciona la cantidad de rosas con el precio del ramo?

8. **La distancia d, en kilómetros, que recorre un automóvil con una rapidez constante de 60 km/h se puede representar mediante la función d, dada por $d(t) = 60 \cdot t$, donde t es el tiempo de viaje en horas. ¿Cuántos kilómetros recorre el automóvil en cuatro horas? ¿Cuánto tiempo demora en recorrer 120 km?**

9. **Carlos debe organizar una fiesta para los trabajadores de la compañía en que trabaja y cuenta con los datos de dos empresas de eventos. Cada empresa tiene diferentes tarifas, presentadas en la tabla, para el arriendo del salón y para el menú por persona.**

Empresa	Salón	Menú
A	$640 000	$11 000
B	$550 000	$14 000

a. ¿Qué función modela el total por pagar en la empresa A? ¿Y en la empresa B?

b. ¿Cuál es el cobro, en ambas empresas, si asisten 25 empleados? ¿Y si asisten 50?

c. Representa cada función en el plano cartesiano considerando hasta 80 asistentes, recuerda elegir una escala conveniente.

d. Según las gráficas, ¿cuándo es más conveniente contratar a la empresa B?

e. Si Carlos contabilizó que irán 45 asistentes, ¿qué empresa le conviene contratar? ¿Por qué?

10. **Grafica las siguientes funciones.**

a. $f(x) = x - 1$

b. $g(x) = 7x$

c. $h(x) = -\frac{1}{4}x$

d. $g(x) = -0,5x$

e. $h(x) = x + 5$

f. $f(x) = \frac{1}{3}x - 3$

Cuaderno de Actividades
Páginas 72 y 73.

Reflexiona y responde

- ¿Qué errores cometiste al identificar funciones?, ¿qué puedes hacer para no volver a cometerlos?
- ¿Qué más te gustaría saber sobre funciones? Explica.
- ¿Qué semejanzas y diferencias identificas entre una función afín y una función lineal?